

lich, einen Lösungsmittelrest von ca. 3 Gew.-% aus ihnen zu entfernen. Der Lösungsmittelrest wurde nachgewiesen durch scharfes Tempern einer sehr dünnen Folie bei  $190^{\circ}$  unter einem Druck von etwa  $10^{-1}$  Torr, wobei nach Grassie<sup>23</sup> noch kein Abbau stattfindet. Er mußte bei der Auswertung in Rechnung gestellt werden. Die Fraktion mit den kürzesten Ketten ( $P = 340$ ) konnte nicht verwandt werden, da sie so spröde war, daß sie bei der geringsten Beanspruchung zerbrach.

#### Meßapparatur

Zur Messung diente ein Torsionspendel, wie es in Abb. 13 beschrieben ist. Der Probekörper war unten fest eingespannt und oben an einem Faden von möglichst geringer Torsionssteifigkeit so über 2 Rollen frei aufgehängt, daß er sich mit der beweglichen Hülse H in vertikaler Richtung ohne Änderung der Längsspannung verschieben ließ. Die Messungen wurden ohne Aufbringen einer Längsspannung ausgeführt. Geringfügige Änderungen in b und d sowie eine Variation von l zwischen 20 cm und 4 cm hatten keinen Einfluß auf die Meßergebnisse.

Bei hohen Temperaturen wurde das Torsionspendel in einen Heizofen eingefahren, bei tiefen Temperaturen mit einem Schutzrohr versehen und in ein Kältebad getaucht. Die Temperaturkonstanz betrug mindestens  $\pm 0,5^{\circ}\text{C}$ . Gemessen wurde durchweg von hohen zu tiefen Temperaturen mit einer Abkühlungsgeschwindigkeit von  $0,5^{\circ}/\text{min}$ . Die Messung wurde erst ausgeführt, nachdem die Probe 15 min bei der betreffenden Temperatur gewesen war.

<sup>23</sup> N. Grassie, J. Polymer Sci. 6, 643 [1951].

Das log. Dekrement wurde bestimmt aus dem Verhältnis zweier um eine Schwingungsperiode auseinanderliegender Amplituden. Die Schwingungsdauer wurde mit einer Stoppuhr zwischen zwei in gleicher Richtung verlaufenden Nulldurchgängen des Lichtzeigers gemessen. A und  $\vartheta$  waren über den Verlauf einer gesamten Schwingung konstant. Die Schwingungsdauer  $\vartheta$  konnte durch Veränderung des Trägheitsmomentes  $\eta$  mittels Verschieben der Gewichte g auf dem Querbalken T beeinflußt werden.

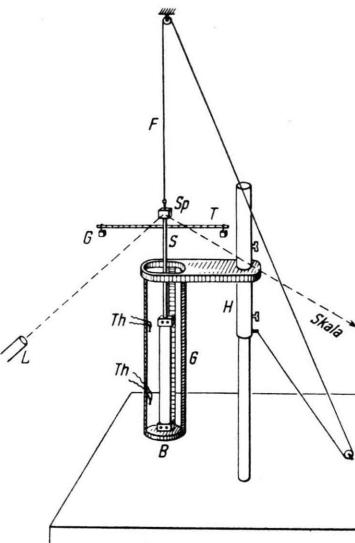


Abb. 13. Torsionspendel.

## Über ein eindimensionales Modell halbleitender Verbindungen vom Typus $\text{A}^{\text{III}}\text{B}^{\text{V}}$

Von B. SERAPHIN

Aus dem Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke A.-G., Erlangen

(Z. Naturforschg. 9a, 450—456 [1954]; eingegangen am 18. März 1954)

Im eindimensionalen Potentialmodell wird das Verhalten der Bindungsfestigkeit, der Breite der verbotenen Zone und der Beweglichkeit von Löchern und Elektronen betrachtet, wenn man vom Fall gleicher Potentialmulden zu einer Anordnung übergeht, in der jeweils eine tiefere und eine flachere Mulde aufeinander folgen. Es wird qualitative Übereinstimmung mit den Beobachtungen innerhalb einer isoelektronischen Reihe erzielt, insbesondere bezüglich des Vergleichs der  $\text{AlIBV}$ -Verbindungen mit dem isoelektronischen Element.

Die Halbleitereigenschaften der Verbindungen vom Typus  $\text{A}^{\text{III}}\text{B}^{\text{V}}$  weichen von denen der vierten Gruppe in charakteristischer Weise ab. Die wesentlichsten dieser systematischen Abweichungen von den isoelektronischen Elementen der vierten

Hauptgruppe (Si, Ge,  $\alpha$ -Sn) lassen sich in folgenden vier Punkten zusammenfassen<sup>1,2</sup>:

1. Die Breite der verbotenen Energiezone zwischen Valenz- und Leitungsband nimmt zu.
2. Die Elektronenbeweglichkeit steigt an.

<sup>1</sup> H. Welker, Z. Naturforschg. 7a, 744 [1952], 8a, 248 [1953].

<sup>2</sup> H. Weiß, Z. Naturforschg. 8a, 463 [1953].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

3. Die Löcherbeweglichkeit sinkt ab.  
4. Die Bindungsfestigkeit wächst an.

Tab. 1<sup>3</sup> veranschaulicht das für die bestuntersuchte A<sup>III</sup>B<sup>V</sup>-Verbindung, das InSb, in Gegenüberstellung mit seinem isoelektronischen Element, dem  $\alpha$ -Sn. Die Bindungsfestigkeit ist hierbei ausgelassen, da die Diamant-Modifikation des Sn sich bereits bei 13,5°C umwandelt und somit kein Vergleich für die Schmelzpunkte gezogen werden kann. Doch zeigen die Schmelzpunkte der übrigen Verbindungen einen Anstieg gegenüber ihren isoelektronischen Elementen (z. B. Ge: 958°C, GaAs: 1240°C), was unter Vorbehalten als Anstieg der Bindungsfestigkeit ausgelegt werden kann. Welker zeigt jedoch, daß aus der Ablösung des homöopolaren Bindungstyps im Elementgitter durch einen Bindungstyp mit heteropolaren Anteilen im Gitter der Verbindung durch quantenmechanische Resonanz sich eine Verfestigung der Bindung ergeben muß.

	$\alpha$ – Sn	InSb
$\Delta E$ [eV]	0,08	0,27
$\mu_n$ 250° K [cm <sup>2</sup> /V sec]	1560	80 000
$\mu_p$ 250° K [cm <sup>2</sup> /V sec]	1240	800

Tab. 1.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Versuch, diese systematische Veränderung der vier Größen beim Übergang von der homöopolaren Struktur der Elementgitter zum Verbindungsgitter mit heteropolaren Bindungsanteilen in einem eindimensionalen Modell wiederzufinden.

### 1. Das Potentialmodell

Um das eindimensionale Modell möglichst gut an die dreidimensionale Struktur des Zinkblendegitters — in dem alle hier betrachteten Stoffe kristallisieren — anzuschließen, wurde folgender Weg eingeschlagen:

Je eine von Atomen gleicher Art besetzte Netzebene wurde auf eine Potentialmulde abgebildet, so daß diese Potentialmulde als Mittelwert der Potentialverhältnisse in dieser Netzebene aufgefaßt werden kann. Der hier zugrunde gelegte eindimensionale Potentialverlauf repräsentiert also qualitativ die Mittelwerte des Potentials entlang einer Netzebenen-

normale. Für das Zinkblendegitter bietet sich hier die [111]-Richtung als vorteilhaft an, da in dieser Richtung die mit Atomen einer Art dichtest besetzten Netzebenen vorliegen. Diese Netzebenen folgen in der [111]-Richtung in Form von Doppelschichten aufeinander (Abb. 1), wobei die Abstände innerhalb und außerhalb der Schichten sich wie 1:3 verhalten.

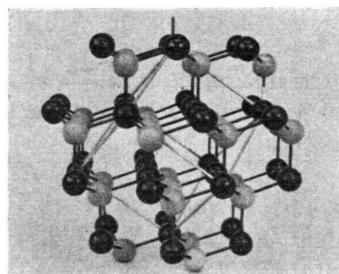


Abb. 1. Modell des Zinkblendegitters auf einer (111)-Ebene stehend.

Ein eindimensionales Potentialmodell ist also so anzusetzen, wie die Abb. 2 zeigt. Jede Mulde repräsentiert den Potentialmittelwert einer Netzebene in der [111]-Richtung.

Die obere Reihe der Abb. 2 zeigt das Modellpotential für das Elementgitter. Sämtliche Netzebenen sind einander gleich, die Mulden haben die gleiche Tiefe, die Elektronendichte ist im ganzen Kristall um die Bausteine in gleicher Weise verteilt.

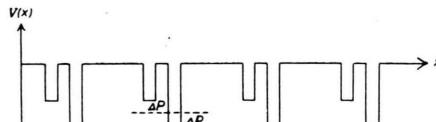
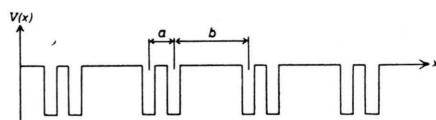


Abb. 2. Modell des Potentialverlaufs; oberer Teil: für das Diamantgitter; unterer Teil: für das Zinkblende-gitter.

Der untere Teil zeigt die Verhältnisse beim Übergang zum Gitter der A<sup>III</sup>B<sup>V</sup>-Verbindung. Die Netzebenen sind abwechselnd von beispielsweise Indium- und Antimonionen besetzt, die bezüglich der Valenzelektronen 3-fach bzw. 5-fach positiv geladen sind. Der Potentialmittelwert einer Antimonnetzebene wird durch eine tiefere Mulde abgebildet werden müssen als der einer Indiumnetzebene.

<sup>3</sup> Sn-Werte nach G. Busch u. J. Wieland, Helv. Phys. Acta **26**, 697 [1953], InSb-Werte nach Messungen im hiesigen Labor.

Dem Vorbild von Kronig-Penney<sup>4</sup> und Saxon-Hutner<sup>5</sup> folgend, wurde der Grenzübergang zu unendlich tiefen Mulden bei verschwindender Breite derselben vollzogen, wobei das Produkt aus Tiefe und Breite einen konstanten Wert  $P_0$  behält. Es läßt sich zeigen, daß  $P_0$  der Charakter einer Bindungsstärke zukommt, der angibt, wie fest ein Elektron an die Einzelmulde gebunden ist, bezogen auf die Möglichkeit, zu Nachbarmulden überzuwechseln. Für  $P_0=0$  ist das Elektron frei, für  $P_0 \rightarrow \infty$  entstehen die diskreten Terme der Einzelmulde.

In dem hier vorliegenden Modellpotential wurden die Bindungsstärken der Einzelmulden symmetrisch verändert um den Betrag  $\pm \Delta P$ , wobei das Augenmerk auf den Übergang von  $\Delta P=0$  (Modell des Elementgitters) zu  $\Delta P \neq 0$  (Modell des A<sup>III</sup>B<sup>V</sup>-Gitters) gelegt wurde.

## 2. Lösung der Schrödinger-Gleichung

Nach einem von Saxon und Hutner angegebenen Verfahren wurde die Schrödinger-Gleichung für das Potential gelöst

$$\frac{ma^2}{\hbar^2} \cdot eV = a(P_0 + \Delta P) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x - na) + a(P_0 - \Delta P) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x - \alpha a - na) \quad (1)$$

( $a$  Gitterkonstante;  $\alpha$  Parameter, der die Lage der Mulden innerhalb der Elementarzelle beschreibt.  $\alpha=0,5$  entspricht äquidistanten Mulden. Für das Zinkblendegitter ist  $\alpha=0,25$ ).

Saxon und Hutner lösen die Schrödinger-Gleichung

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \varkappa^2 \right) \psi = -\frac{2m}{\hbar^2} \cdot eV \cdot \psi; \quad \varkappa^2 = \frac{2m}{\hbar^2} \cdot E, \quad (2)$$

indem sie eine Greensche Funktion  $G(x, \xi)$  definieren, die der Differentialgleichung genügt

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \varkappa^2 \right) \cdot G = -\delta(x - \xi); \quad \delta = \text{Dirac-Funktion.} \quad (3)$$

Fourier-Transformation von (3) liefert

$$G(x, \xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{im(x-\xi)}}{m^2 - \varkappa^2} dm. \quad (4)$$

Wendet man den Greenschen Satz auf  $G(x, \xi)$  und  $\psi(\xi)$  unter Verwendung von (2) an, so erhält man die Eigenfunktion  $\psi(x)$  in Form einer Integralgleichung, die man wegen der Periodizität des Potentials (1) als Summe von Integralen über die Elementarzelle schreiben kann

$$\psi(x) = \frac{2me}{\hbar^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{na}^{(n+1)a} V(\xi) \cdot G(x, \xi) \cdot \psi(\xi) d\xi. \quad (5)$$

Des Blochschen Satzes wegen muß gelten

$$\psi(\xi + na) = e^{ikna} \psi(\xi),$$

so daß man mit

$$G(x, \xi + na) = \frac{i}{2\varkappa} e^{i\varkappa|x-\xi-na|}$$

schließlich für die Eigenfunktion erhält

$$\psi(x) = \frac{me}{\hbar^2 \varkappa} \int_0^a \psi(\xi) V(\xi) e^{ika|y/a|} \left\{ \frac{e^{ika} \sin(\varkappa y') - \sin \varkappa(y' - a)}{\cos(\varkappa a) - \cos(ka)} \right\} d\xi, \quad (6)$$

wobei bedeuten:  $k$  Wellenzahlvektor,  $y=x-\xi$ ,  $|y/a|$  größte ganze Zahl  $< y/a$ ,  $y'=x-\xi-a|y/a|$ .

Bezeichnet man die Eigenfunktion an der Stelle 0 mit  $\psi_A$ , an der Stelle  $\alpha a$  mit  $\psi_B$ , so folgt aus (6) das homogene Gleichungssystem

$$\begin{aligned} \psi_A \left[ \frac{(P_0 + \Delta P)}{(\varkappa a)} \frac{\sin(\varkappa a)}{\cos(\varkappa a) - \cos(ka)} - 1 \right] + \psi_B \left[ \frac{(P_0 - \Delta P)}{(\varkappa a)} \cdot \frac{\sin(\varkappa \alpha a) e^{-ika} - \sin[\varkappa a(1-\alpha)]}{\cos(\varkappa a) - \cos(ka)} \right] &= 0, \\ \psi_A \left[ \frac{P_0 + \Delta P}{(\varkappa a)} \frac{\sin(\varkappa \alpha a) e^{ika} - \sin[\varkappa a(1-\alpha)]}{\cos(\varkappa a) - \cos(ka)} \right] + \psi_B \left[ \frac{(P_0 - \Delta P)}{(\varkappa a)} \cdot \frac{\sin(\varkappa a)}{\cos(\varkappa a) - \cos(ka)} - 1 \right] &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Aus der Bedingung, daß die Determinante dieses Gleichungssystems verschwinden muß, folgt nach Abspaltung einer Wurzel, die dem trivialen Fall  $\psi \equiv 0$  entspricht, eine Beziehung zwischen dem Wellenzahlvektor  $k$  und der Energie  $E = \varkappa \hbar^2 / 2m$ , die die Form hat

$$\cos^2 \left( \frac{ka}{2} \right) = \frac{2P_0}{(\varkappa a)} \cdot \cos \left( \frac{\varkappa a}{2} \right) \cdot \sin \left( \frac{\varkappa a}{2} \right) + \frac{P_0^2 - \Delta P^2}{(\varkappa a)^2} \left\{ \cos^2 \left[ \varkappa a \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) \right] - \cos^2 \left( \frac{\varkappa a}{2} \right) \right\} + \cos^2 \left( \frac{\varkappa a}{2} \right). \quad (8)$$

<sup>4</sup> R. de L. Kronig u. W. G. Penney, Proc. Roy. Soc. A **130**, 499 [1931].

<sup>5</sup> S. Saxon u. R. A. Hutner, Philips Res. Rep. **4**, 81 [1949].

(8) sondert aus dem Energiespektrum diejenigen Werte als erlaubte Bereiche heraus, die die rechte Seite positiv und kleiner Eins werden lassen. Es entsteht die bekannte Bänderstruktur der Energiewerte. Diejenigen Energiewerte, die die rechte Seite von (8) 0 oder +1 werden lassen, entsprechen den Rändern der erlaubten Bänder.

In Abb. 3 ist die Bandstruktur in Abhängigkeit von der Muldenungleichheit  $\Delta P$  sowie dem Verhältnis der Muldenabstände  $b/a$  aufgetragen. Man sieht, daß Ungleichwerden sowohl der Mulden als auch der Abstände ein Aufspalten der erlaubten Energiebereiche bewirkt, da sich dabei die Elementarzelle verdoppelt. Läßt man dagegen bei bereits ungleichen Abständen zusätzlich die Mulden ungleich werden, so tritt keine neue Bandaufspaltung ein, da die Elementarzelle unverändert bleibt.

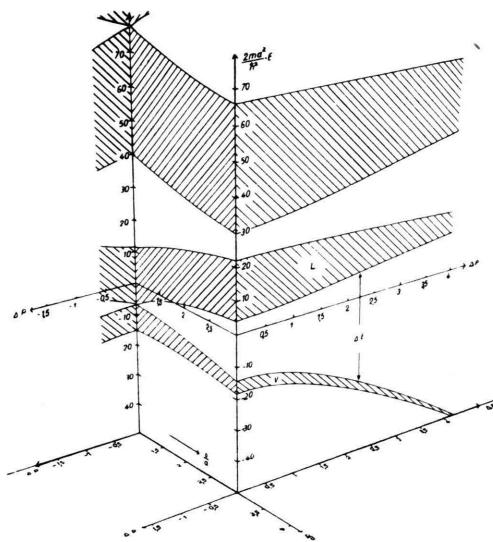


Abb. 3. Die Struktur der Energiebänder in Abhängigkeit von der Muldenungleichheit  $\Delta P$  und dem Verhältnis der Muldenabstände  $b/a$ .  $P_0 = -3$ .

### 3. Die Zuordnung der Bänder

Die vordere Ebene der Abb. 3 zeigt die Bandstruktur für das Abstandsverhältnis 3 des Zinkblendegitters bei einer Ausgangsbindungsstärke  $P_0 = -3$ . Für die Entscheidung, welches der dargestellten Bänder das Valenzband und das Leitungsband repräsentieren, muß folgendes überlegt werden:

Das Zinkblendegitter der hier behandelten Stoffe stellt ein schwerflüchtiges nichtleitendes Gitter im Sinne Hunds dar<sup>6</sup>. Es ist also erforderlich, daß 1. ein Band voll besetzt ist, des nicht- bzw. halbleitenden

Charakters wegen und 2. dieses vollbesetzte Band nur bindende Zustände enthält, der Schwerflüchtigkeit wegen. Das in einem Halbleiter am absoluten Nullpunkt vollbesetzte Valenzband muß also aus der bindenden Hälfte des unaufgespaltenen Bandes hervorgehen. Im Fall gleicher Abstände der Mulden müssen also Valenz- und Leitungsband in unserem Modell zu einem gemeinsamen Band verschmelzen, als bindende und lockernde Hälfte desselben. So entnimmt man der Abb. 3, daß das unterste Band das Valenzband darstellt und darüber, durch die für die Halbleitervorgänge maßgebende verbotene Zone der Breite  $\Delta E$  getrennt, das Leitungsband.

Nachdem nun die Zuordnung der Bänder sicher gestellt ist, liest man für das Verhalten bei anwachsender Muldenungleichheit  $\Delta P$  folgendes aus Abb. 3 ab:

1. Die Breite der verbotenen Zone  $\Delta E$  wächst an.
2. Das Valenzband rückt zu größeren negativen Energien hin, was einer größeren Bindungsfestigkeit entspricht.
3. Das Leitungsband wird schwach angehoben.

### 4. Die scheinbare Masse der Löcher und Elektronen

Die Ladungsträger in einem Gitter unterliegen der Beschleunigung eines äußeren Feldes nicht so, wie es ihrer Vakuummasse entspricht, als Folge der Gitterkräfte. Setzt man unabhängig davon

$$\mathfrak{F} = m^* \cdot \dot{\mathfrak{v}}, \quad (9)$$

so äußert sich der Einfluß der Gitterkräfte in dem Wert für  $m^*$ , der innerhalb eines Bandes sämtliche Werte zwischen  $-\infty$  und  $+\infty$  durchläuft und als effektive oder scheinbare Masse des Ladungsträgers bezeichnet wird. Es läßt sich zeigen, daß die scheinbare Masse in einem Term der Energie  $E$  und des Wellenzahlvektors  $k$  durch den Ausdruck bestimmt ist

$$m^* = \hbar^2 \cdot \left( \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \right)^{-1}. \quad (10)$$

Aus der Eigenwertgleichung (8) wurde für den oberen Rand  $E_V$  des Valenzbandes (Löcher) und den unteren Rand  $E_L$  des Leitungsbandes (Elektronen) der Ausdruck (10) für die scheinbare Masse berechnet. Es ergibt sich damit ein Überblick über das Verhalten der Beweglichkeit, die mit der scheinbaren Masse in der Form zusammenhängt

$$\mu \sim (m^*)^{-\frac{1}{2}}. \quad (11)$$

Große scheinbare Masse entspricht also kleiner Beweglichkeit und umgekehrt.

<sup>6</sup> F. Hund, Z. Phys. 74, 1 [1932].

Abb. 4 zeigt das Ergebnis für die Ausgangsbindungsstärke  $P_0 = -3$ . Mit anwachsender Ungleichheit der Mulden steigt die scheinbare Masse der Löcher monoton an. Die scheinbare Masse der Elektronen sinkt zunächst ab bis auf einen Minimalwert und steigt dann wieder an. Auf die Beweglichkeit übertragen heißt das

1. Die Löcherbeweglichkeit sinkt monoton ab.
2. Die Elektronenbeweglichkeit steigt zunächst an, durchläuft einen Maximalwert und sinkt dann wieder ab.

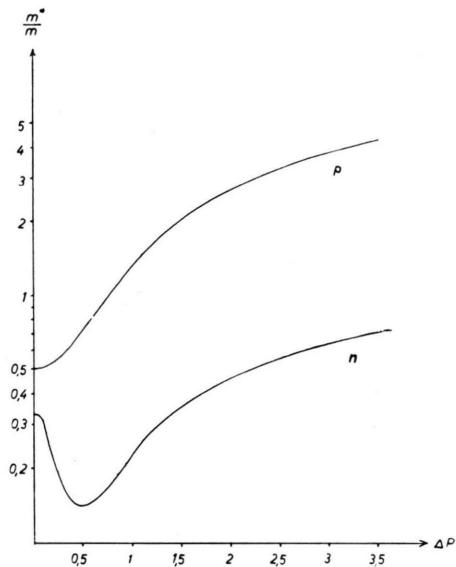


Abb. 4. Die relative scheinbare Masse  $m^*/m$  in Abhängigkeit von der Muldenungleichheit  $\Delta P$  für Löcher (p) und Elektronen (n).

## 5. Diskussion

Die vorstehenden Ergebnisse zeigen, daß es möglich ist, die vier wesentlichen Abweichungen des Verhaltens der  $A^{III}B^V$ -Verbindungen von denen der isoelektronischen Elemente in einem eindimensionalen Modell wiederzufinden. Für das Anwachsen der Breite der verbotenen Zone und der Bindungsfestigkeit gibt bereits Welker eine Erklärung. Da die Breite der verbotenen Zone proportional zum maximalen Potentialunterschied in einem periodischen Kristallgitter ist<sup>7</sup>, ist es verständlich, daß beim Übergang vom homöopolar gebundenen Elementgitter zum Gitter der Verbindung mit gemischt

homöopolar-heteropolarer Bindung eine Verbreiterung der verbotenen Zone auftritt, da der glättende Einfluß der homöopolaren Valenzbrücken zwischen den Atomen auf das Potential abgeschwächt wird. Andererseits bringt dieser zusätzliche Ionenanteil im Bindungscharakter aus Gründen der quantenmechanischen Resonanz zwischen homöopolarem und heteropolarem Anteil eine Verfestigung der Bindung mit sich, die in unserem Modell einem Ausweichen des Grundterms zu tieferen Energiewerten entspricht.

Der Anstieg der effektiven Masse der Löcher ist aus zwei Gründen verständlich:

1. Bindungsverfestigung und Verbreiterung der verbotenen Zone verschieben das Valenzband zu größeren negativen Energiewerten. Da die Null-Linie der Energie dem oberen Rande der Potentialmulden entspricht, wird der obere Rand  $E_V$  des Valenzbandes, der für das Verhalten der Löcher maßgebend ist, mit anwachsender Muldenungleichheit tiefer in die Potentialmulden hineinverlegt. Dem entspricht jedoch eine stärkere Bindung des Ladungsträgers an die Einzelmulde und damit einer herabgesetzten Beweglichkeit, was zu einer größeren effektiven Masse Anlaß gibt.

2. Mit zunehmendem  $\Delta P$  wird das Valenzband schmäler. Gl. (10) läßt erkennen, daß die effektive Masse um so größer sein wird, je schmäler das Band ist, da im Bereich  $-\pi/a \dots +\pi/a$ , den der Wellenzahlvektor  $k$  innerhalb eines Bandes durchläuft, bei schmalem Energieband eine nur schwache Krümmung  $\partial^2 E / \partial k^2$  der Kurve  $E(k)$  untergebracht werden kann.

In ähnlicher Weise läßt sich das Verhalten der effektiven Elektronenmasse verstehen. Jedoch wirken hier die zwei Effekte nicht in gleichsinniger Weise, sondern einander entgegen. Zwar hat anwachsende Heteropolarität auch für das Leitungsband eine Verengung zur Folge. Jedoch wird das Leitungsband dabei nicht tiefer in die Potentialmulden hineingetrieben, wie das Valenzband, sondern es wird angehoben, in Richtung größerer positiver Energiewerte und damit in Richtung größerer Freiheit der Elektronen oberhalb der Mulden. Die Überlagerung beider Effekte hat zur Folge, daß das beginnende Abheben des Bandes von den Mulden die effektive Masse zunächst absinken läßt, die zunehmende Bandverengung dann jedoch die effektive Masse wieder vergrößert, so daß ein Minimum durchlaufen wird. Die Tiefe dieses Minimums hängt

<sup>7</sup> A. Sommerfeld u. H. Bethe, Handbuch der Physik Bd. XXIV/2, S. 389 ff.

eng mit der Lage des Leitungsbandes im homöopolaren Falle zusammen. Diese Lage wird bestimmt von der Ausgangsbindungsstärke  $P_0$ . In Abb. 5 ist die Lage des unteren Randes  $E_L$  des Leitungsbandes in Abhängigkeit von der Bindungsstärke  $P_0$  aufgetragen. Man sieht, daß  $E_L$  für Bindungsstärken größer — 4 oberhalb der Mulden liegt, für

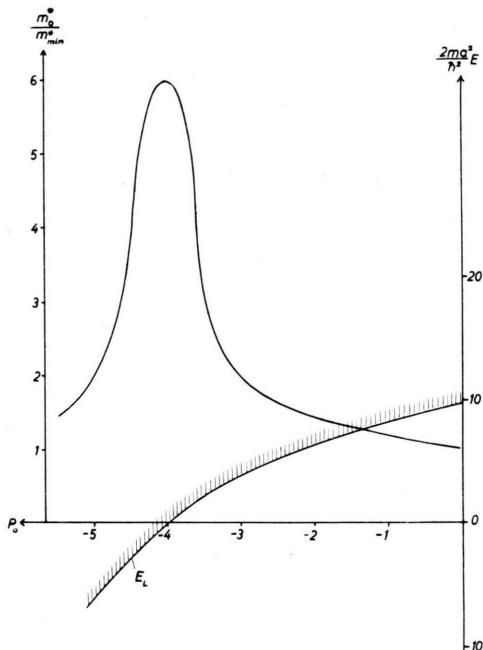


Abb. 5. Die Lage des unteren Leitungsbandrandes  $E_L$  sowie des Verhältnisses  $m_0^*/m^*_{\min}$  der scheinbaren Elektronenmasse in Abhängigkeit von der Ausgangsbindungsstärke  $P_0$ .

$P_0 = -4$  in die Potentialmulden hineinrückt. (Oberer Rand der Potentialmulden bei  $E = 0$ .) Im gleichen Diagramm ist das Verhältnis der effektiven Masse für gleiche Mulden  $m_0^*$  zum Minimalwert  $m^*_{\min}$  bei anwachsendem  $\Delta P$  aufgetragen. Man sieht, daß die Erniedrigung der effektiven Masse durch die Ungleichheit der Mulden am größten ist, wenn man von einer Bindungsstärke  $P_0$  ausgeht, bei der das Leitungsband gerade auf den Maxima der Potentialschwellen zwischen den Atomen aufsitzt. In diesem Falle wird der Effekt der Befreiung der Elektronen von den Potentialmulden durch die anwachsende Heteropolarität am stärksten wirksam sein.

Über die am Anfang der Einleitung gemachten Feststellungen hinaus, die man im Modell wiederfindet, läßt sich möglicherweise aus diesem Ergebnis die etwaige Sonderstellung des InSb innerhalb der

A<sup>III</sup>B<sup>V</sup>-Verbindungen verstehen. Obwohl die Untersuchungen an den anderen Verbindungen dieses Typs noch im Gange sind, ist zu vermuten, daß die extreme Erhöhung der Beweglichkeit des InSb gegenüber seinem isoelektronischen Element von keiner anderen Verbindung übertroffen wird. Es werden zwar ebenfalls starke Erhöhungen der Beweglichkeit gegenüber der homöopolaren Struktur festgestellt, jedoch kein Verhältnis 1:50 wie beim InSb. Das läßt sich aus der Tatsache verstehen, daß anwachsende Heteropolarität zwar stets Beweglichkeitserhöhung mit sich bringt, die Größe dieser Erhöhung jedoch von der Lage des Leitungsbandes im homöopolaren Falle abhängt. Eine maximale Erhöhung darf erwartet werden, wenn das Leitungsband im Element so liegt, wie es in Abb. 6 angegeben ist. Im  $\alpha$ -Sn scheinen ähnliche Verhältnisse vorzuliegen, wie das Verhältnis 1:50 gegenüber einem theoretischen Maximalwert von 1:80 [nach Gl. (11)] andeutet.

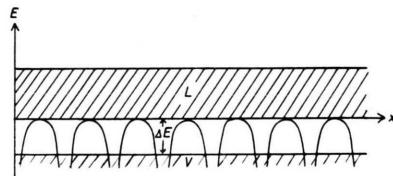


Abb. 6. Die relative Lage der Bandstruktur bezüglich des Potentials im Gitter bei maximaler Beweglichkeitserhöhung mit anwachsender Heteropolarität.

Fraglich bleibt hierbei die Zuordnung des Verbindungstyps zu unserer Heteropolaritätskala  $\Delta P$ . Man kann nur sagen, daß anwachsendes  $\Delta P$  einem Fortschreiten in der isoelektronischen Reihe z. B. Sn, InSb, CdTe, AgJ entspricht. Bei anwachsendem  $\Delta P$  verschwindet für  $\Delta P = P_0$  zunächst ein Muldensatz und stülpt sich dann nach der positiven Seite um, was dem Potentialmodell eines Ionenkristalls entspricht. Es ist bemerkenswert, daß das Modell auch noch in diesem Bereich qualitativ mit den Messungen übereinstimmt. Insbesondere findet man innerhalb einer isoelektronischen Reihe das Maximum der Elektronenbeweglichkeit. Die eben beschriebene isoelektronische Reihe, die vom Sn ausgeht, eignet sich für einen Vergleich, weil in ihr sämtliche Glieder die Zinkblendestruktur besitzen. Tab. 2 erweitert Tab. 1 bis zu den Rändern des periodischen Systems. Wenn auch die Anwendbarkeit von Begriffen wie Beweglichkeit und Breite der verbotenen Zone für eine bereits stark ionogen gebundene Struktur wie das AgJ fraglich ist, so dürfte

der qualitative Gang der Eigenschaften jedoch feststehen. Die Breite der verbotenen Zone nimmt in der isoelektronischen Reihe laufend zu, die Elektronenbeweglichkeit durchläuft ein Maximum bei

	$\alpha$ -Sn	InSb	CdTe	AgJ
$\Delta E$ $\mu_B$ (250° K)	0,08 1560	0,27 80 000	1,8 $\approx 300$	$\approx 2,8$ [eV] $\approx 30$ [ $\text{cm}^2/\text{V sec}$ ]

Tab. 2.

den  $\text{A}^{\text{III}}\text{B}^{\text{V}}$ -Verbindungen und sinkt dann zum Ionenkristall hin stark ab.

Ein ganz ähnliches Verhalten zeigt die vom Germanium ausgehende isoelektronische Reihe Ge, GaAs, ZnSe, CuBr, die auch noch durchweg im Zinkblendegitter kristallisiert.

Für wertvolle Anregungen und Diskussionen danke ich den Herren Prof. Dr. W. Schottky und Prof. Dr. H. Welker.

## Elastische Elektronenstreuung an ausgedehnten Atomkernen bei mittleren Energien

Von E. FRESE und K. HAIN

Aus dem Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen

(Z. Naturforsch. 9a, 456–462 [1954]; eingegangen am 13. März 1954)

Die endliche Größe der Atomkerne wirkt sich auch auf die elastische Streuung von Elektronen aus, deren kinetische Energie wenig größer als die Ruhenergie ist: Die Elektronenwellenlänge ist zwar in weiter Entfernung vom Kern sehr viel größer als der Kern-durchmesser; wenn ein Elektron aber bis an den Rand eines großen Kerns herankommt, gewinnt es durch die Coulomb-Anziehung soviel Energie, daß seine Wellenlänge mit den Kerndimensionen vergleichbar wird. Die Abweichung gegenüber der Streuung am punktförmigen Kern wird für den homogen und oberflächengeladenen Hg-Kern (mit scharfem Kernrand) berechnet. Bei 2,2 MeV kann sie schon bis zu 10% betragen.

Fliegen Elektronen durch Atome hindurch, so werden sie durch Elektronenhülle und Kern abgelenkt und verlieren dabei Energie an das Atom oder durch Ausstrahlung von Lichtquanten. Rein elastisch, d. h. ohne jede Energieabgabe, können sie in Wirklichkeit gar nicht gestreut werden; sondern das in der Umgebung des Elektrons vorhandene elektromagnetische Feld (Coulomb-Feld) gibt bei Beschleunigung des Elektrons immer etwas Energie in Form von Lichtquanten (Bremsquanten) ab. Am wahrscheinlichsten werden allerdings sehr energiearme Lichtquanten ausgesandt (im Infrarotbereich); daher bleibt der Energieverlust des Elektrons in den üblichen Experimenten unbeobachtbar. — Das genaue Verhalten des Elektrons bei der Streuung folgt aus der Quantenelektrodynamik. Die Durchrechnung liefert als wichtigstes Ergebnis, daß die bisherige Rechnung mittels der gewöhnlichen Quantentheorie für „rein elastische Streuung“ des Elektrons an einem äußeren Potentialfeld (unter Einfluß des Elektronenaustausches) eine gute Näherung ist, wenn der Elektronennachweisapparat alle gestreuten Elektronen mißt, gleichgültig welche Energie sie durch Bremsstrahlung verloren haben.

Die Abweichung von dieser quantentheoretischen Näherung ist von Schwinger mit Hilfe der Quantenelektrodynamik in Bornscher Näherung für die Streuung am Atomkern berechnet worden<sup>1</sup> (gültig für große Energien und kleine Winkel bzw. kleine Kernladungszahlen). Sie ist proportional  $\log E/\Delta E$ , wo  $\Delta E$  der Energieverlust ist, den ein Elektron der Energie  $E$  erlitten haben darf, um gerade noch vom Nachweisapparat angezeigt zu werden. Da das Auflösungsvermögen für verschiedene Elektronenergien bei den bisherigen experimentellen Apparaturen nicht besonders groß ist, wollen wir im folgenden die Strahlungskorrekturen vernachlässigen, also die gewöhnliche Quantentheorie benutzen. Bei mittleren Energien (Größenordnung der Elektronenmasse) genügt es, allein die elastische Streuung zu berechnen, denn sie ist inkohärent mit der unelastischen (d. h. der Anregung des Atoms), die bei diesen Energien sehr klein bleibt.

Die elastische Streuung wird bei nicht zu kleinen Energien in erster Näherung durch die Streuung

<sup>1</sup> J. Schwinger, Phys. Rev. 75, 898 (L) [1949].